

УДК 621.311.22

## Решение задачи регуляризации материальных потоков в сложных энергетических системах

Г.В. Ледуховский, В.П. Жуков, Е.В. Барочкин, А.П. Зимин  
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,  
г. Иваново, Российская Федерация  
E-mail: zhukov-home@yandex.ru

### Авторское резюме

**Состояние вопроса:** Существующие методы сведения материальных и энергетических балансов при некорректном задании априорной информации практически не учитывают степень достоверности определения отдельных параметров. В связи с этим актуальным как в научном, так и в практическом отношении является разработка обоснованных и эффективных методов сведения материальных балансов для сложных энергетических систем при некорректно заданной исходной информации.

**Методы и материалы:** Для учета степени достоверности априорной информации предложен метод сведения балансов, разработанный на основе регуляризации Тихонова (ridge regression) и матричной модели материальных потоков в системе.

**Результаты:** На основе матричной модели потоков в сложных энергетических системах сформулирована задача регуляризации материальных потоков при некорректном задании априорной информации, предложен алгоритм ее решения, получены аналитические и численные решения сформулированной задачи, выполнен анализ параметрической чувствительности решения.

**Выводы:** Предложенный подход к сведению материальных балансов в энергетических системах может быть использован в ходе первичной обработки экспериментальных данных по результатам испытаний энергетического оборудования, а также для определения действительных расходов теплоносителей в тепловой схеме электростанции при расчете фактических технико-экономических показателей работы оборудования.

**Ключевые слова:** материальный баланс, некорректная задача, метод регуляризации, матричная формализация, графы, матрица инцидентности, статистическое программирование.

## Solution to Regularization Task of Material Flows in Complex Power Engineering Systems

G.V. Ledukhovsky, V.P. Zhukov, E.V. Barochkin, A.P. Zimin  
Ivanovo State Power Engineering University, Ivanovo, Russian Federation  
E-mail: zhukov-home@yandex.ru

### Abstract

**Background:** The existing methods of drawing up the material and energy balances with incorrect setting of priori information do not almost take into account the reliability of particular parameters determination. Thus, it is an urgent task to develop proved and effective methods of drawing up the material balances for complicated power engineering systems in both scientific and practical ways, especially if the given source of data is incorrect.

**Materials and methods:** To account the reliability degree of priori information, the method of drawing up the balance, based on the ridge regression and the matrix model of material flow in system is suggested.

**Results:** Based on the matrix model of flows in complex power engineering systems the regularization problem of material flows with incorrect given priori information is formulated, the algorithm of its solution is suggested, the analytical and numerical solutions are obtained, the analysis of parametric sensitivity of the solution is performed.

**Conclusions:** The authors suggest the approach of drawing up the balances in complex energy systems that can be used to solve the problem of primary processing of the experimental data on the test results of power equipment, as well as to determine actual coolant flows in a thermal circuit of a heat power plant when calculating the real technical and economic parameters of the equipment.

**Key words:** material balance, incorrect task, ridge regression, matrix formalization, graphs, incidence matrix, statistical programming.

При определении фактических значений технико-экономических показателей (ТЭП) работы энергетического оборудования и тепловых электрических станций (ТЭС) в целом одним из этапов является сведение материальных и энергетических балансов. Требования необходимости проведения таких расчетов содержатся в отраслевых руководящих докумен-

тах, регламентирующих, например, порядок обработки результатов испытаний паротурбинных установок<sup>1</sup> или составление отчетности о

<sup>1</sup> МУ 34-70-093-84 (СО 34.30.740). Методические указания по тепловым испытаниям паровых турбин: разработ. ПО «Союзтехэнерго»; утв. ПО «Союзтехэнерго» 21.12.84; введ. в действие с 01.01.85 г.

показателях тепловой экономичности ТЭС<sup>2</sup>. Однако методы сведения балансов, рекомендуемые этими и другими<sup>3</sup> нормативными документами, не позволяют учитывать степень достоверности определения отдельных параметров и, тем более, находить разумный компромисс между невязкой балансов, обусловленной несовершенством метрологических характеристик приборов учета, и величиной вносимых в первичные данные корректировок. Кроме того, материальные, энергетические (а также топливные и электрические) балансы для сложной энергетической системы оказываются связанными друг с другом как по системе в целом, так и по отдельным подсистемам, что существенно осложняет решаемую задачу.

Собственно невязка баланса может быть обусловлена не только метрологическими характеристиками приборов учета, но также их неисправностью или даже временным отсутствием. В практике зачастую целый ряд важных с точки зрения расчета ТЭП показателей оказывается по разным причинам лишены приборного учета. Такие показатели определяются косвенно с использованием комплекса измеряемых параметров. Очевидно, степень достоверности определения таких параметров напрямую зависит, в числе прочего, от методики, использованной при сведении балансов.

Таким образом, для сведения балансов в связанных подсистемах бывает необходимо провести корректировку показаний приборов, что можно сделать, используя различные подходы и методы [1]. Разработка обоснованных и эффективных методов сведения материальных балансов для сложных энергетических систем при некорректно заданной исходной информации является актуальной задачей как в научном, так и в практическом отношении.

Цель данных исследований состоит в разработке метода сведения материальных балансов при некорректно заданной исходной информации. Для достижения цели последовательно решаются следующие задачи:

- разработка матричной модели системы произвольной топологии, позволяющей рассчитывать материальные балансы для любой ее подсистемы;

- с учетом разработанной матричной модели системы формулировка задачи регуляризации массовых потоков, формирование структуры целевой функции регуляризации, позволяющей учитывать степень достоверности исходной информации;

<sup>2</sup> РД 34.08.552-95. Методические указания по составлению отчета электростанции и акционерного общества энергетики и электрификации о тепловой экономичности оборудования: разработано АО «Фирма ОРГРЭС»; утверждено Министерством топлива и энергетики РФ 24.11.95; введено в действие с 01.02.96, с изм. № 1 от 15.05.98 г.

<sup>3</sup> СО 153-34.09.110. Руководящие указания по сведению месячного пароводяного баланса на тепловых электростанциях: разработано АО «Фирма ОРГРЭС»; утверждено «Союзглавэнерго»; введено в действие с 01.01.62 г.

- разработка методов и алгоритмов решения задачи регуляризации и исследование параметрической чувствительности решения.

Для решения рассматриваемой задачи наиболее подходит метод регуляризации Тихонова (именуемый в англоязычной литературе как ridge regression) [2]. Концепция регуляризации сводится в данном случае к поиску разумного компромисса между минимальным значением невязки балансов по всем узлам и минимальным расхождением с исходной априорной информацией. Под априорной информацией [3] понимаются предварительные данные, представляющие исследование, используемые при формировании модели. Их источником могут быть, во-первых, измерения, во-вторых, теоретические соображения, в которых уже оценивались некоторые элементы (экспертная оценка).

Концепция регуляризации [2] позволяет исходную некорректную задачу

$$\mathbf{AY} + \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{B} \quad (1)$$

свести к задаче минимизации следующей функции:

$$F_c(\mathbf{Y}, \lambda) = |\mathbf{AY} - \mathbf{B}|^2 + \lambda |\mathbf{Y} - \mathbf{Y}_0|^2 \Rightarrow \min, \quad (2)$$

где  $\mathbf{Y}$ ,  $\mathbf{Y}_0$  – искомое регуляризованное решение и его априорная оценка;  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  – известные операторы модели системы;  $\boldsymbol{\sigma}$  – числовой параметр, характеризующий погрешность правой части уравнения;  $\lambda$  – малый положительный параметр регуляризации, который необходимо подобрать определенным способом. При минимизации функции  $F_c(\mathbf{Y})$ , получается регуляризованное решение  $\mathbf{Y}(\lambda)$ , зависящее от параметра  $\lambda$ .

Для использования метода регуляризации при корректировке результатов измерений расходов теплоносителя необходимо построить математическую модель исследуемого объекта, т. е. определить вид операторов  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ . Построение модели материальных потоков рассмотрим на примере реальной энергетической системы – участка тепловой схемы энергоблока с барабанным паровым котлом. Структурная схема для нее с указанием точек замеров расхода теплоносителей приведена на рис. 1.

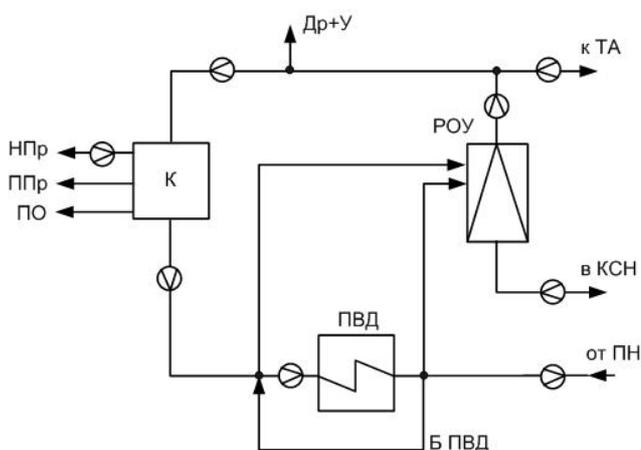


Рис. 1. Фрагмент структурной схемы энергетической системы

Питательная вода от питательного насоса (ПН) подается в группу подогревателей высокого давления (ПВД), для которой предусмотрена возможность подачи части потока теплоносителя помимо подогревателей через байпас (Б ПВД). После ПВД основной поток теплоносителя подается сначала в котел (К), а оттуда в турбоагрегат (ТА). Кроме основных на схеме указаны дополнительные потоки теплоносителей: пар на редукционно-охладительную установку (РОУ) и в коллектор собственных нужд (КСН); вода на непрерывную и периодическую продувки (НПр и ППр); потери теплоносителя через пробоотборные точки котла (ПО), а также с дренажами и утечками (Др+У) главного паропровода.

Для моделирования материальных потоков в схеме произвольной структуры предлагается использовать подходы и методы теории графов [4]. Для описания структуры системы используем направленный граф  $G = (X, V)$ . В качестве узлов графа ( $x_i$ ) рассматриваются узлы смешения и распределения потоков, а трубопроводы между узлами представляются соответствующими ветвями графа ( $v_j$ ). Без снижения общности подхода некоторые параллельные трубопроводы могут быть представлены в графе одной ветвью. Для обеспечения возможности проверки и сведения баланса для всей системы внешние потоки схемы условно заведены в первый узел. Окончательная структура графа  $G = (X, V)$  с указанием номеров узлов и ветвей представлена на рис. 2.

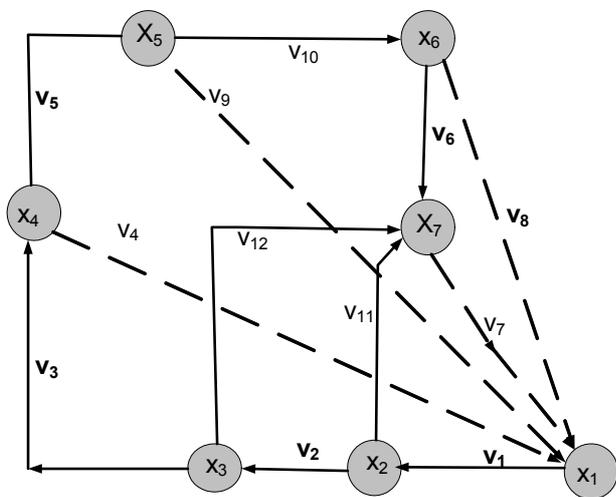


Рис. 2. Структура графа  $G = (X, V)$ , соответствующего структуре технологической схемы по рис. 1

Для модельного описания структуры системы используется матрица инцидентности графа, порядок построения которой иллюстрирует табл. 1. Каждая строка таблицы относится к соответствующему узлу графа  $x_i$ , каждый столбец – к ветви графа  $v_j$ . Если начало  $j$ -й ветви графа размещается в  $i$ -м узле, то соответствующий элемент матрицы инцидентности равен единице ( $a_{ij} = 1$ ). Если конец  $j$ -й ветви графа размещается в  $i$ -м узле, то соответствующий элемент матрицы равен минус единице ( $a_{ij} = -1$ ).

Таблица 1. Построение матрицы инцидентности графа  $G = (X, V)$  для технологической схемы по рис. 1

	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	$v_6$	$v_7$	$v_8$	$v_9$	$v_{10}$	$v_{11}$	$v_{12}$
$x_1$	1	0	0	-1	0	0	-1	-1	-1	0	0	0
$x_2$	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
$x_3$	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
$x_4$	0	0	-1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
$x_5$	0	0	0	0	-1	0	0	0	1	1	0	0
$x_6$	0	0	0	0	0	1	0	1	0	-1	0	0
$x_7$	0	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	-1	-1

Матрица инцидентности  $A$  размера  $n \times m$  ( $n = 7$  – число строк или узлов графа,  $m = 12$  – число столбцов или ветвей графа), построенная указанным способом, имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Следует отметить, что произведение матрицы инцидентности  $A$  и вектора расходов по ветвям графа  $V$  дает в каждом элементе матрицы  $AV$  небаланс массы в соответствующем узле. Это позволяет известную постановку некорректной задачи (1) с учетом сделанных замечаний и введенных обозначений ( $B = 0, Y = V$ ) записать в виде

$$AV + \sigma = 0, \tag{3}$$

где в качестве оператора  $A$  представлена матрица инцидентности. Формулировка оптимизационной задачи (2) при этом принимает вид

$$F_c(V, \lambda) = |AV|^2 + \lambda |V - V_0|^2 \Rightarrow \min. \tag{4}$$

Следует отметить, что первое слагаемое в целевой функции (4) показывает суммарную невязку балансов по всем узлам  $\Delta = |AV|$ , а второе слагаемое характеризует модуль вектора отклонения полученного решения от исходного вектора  $\Delta V = |V - V_0|$ .

Для линейной постановки задачи регуляризации известно [2] ее аналитическое решение, которое для нашей задачи может быть записано в виде

$$V = (A^T A + \lambda E)^{-1} \lambda V_0, \tag{5}$$

где  $E$  – единичная матрица; верхние индексы «т» и «-1» показывают транспонирование и обращение матрицы соответственно.

Исследование параметрической чувствительности решения (5) проведено для энергетической системы, представленной на рис. 1. Исходные для расчета данные в виде исходного вектора значений расходов по ветвям графа  $V_0$  приведены в табл. 2.

На рис. 3 показаны результаты предварительных расчетных исследований влияния параметра регуляризации на решение (5). Зависимо-

сти, приведенные на рис. 3, подтверждают, что при нулевом значении параметра  $\lambda$  аналитическое решение дает практически нулевую невязку балансов массы в узлах. При увеличении параметра регуляризации уменьшается невязка между найденным решением и исходным вектором. Определенный интерес представляет точка на кривой 2 с минимальным значением модуля вектора  $\Delta \mathbf{V}$ , которое достигается при  $\lambda = 5$ .

Таблица 2. Исходная для расчета (априорная) информация и результаты решения задачи регуляризации

Номер ветви графа $i$	Допустимый диапазон значений параметра $V_i, 10^{-6}, \text{т/мес}$	Исходное значение параметра $V_{0i}, 10^{-6}, \text{т/мес}^*$	Аналитическое решение (5) $V_i, 10^{-6}, \text{т/мес}$	Численное решение $V_i, 10^{-6}, \text{т/мес}$
1	0 ÷ 5,0784	1,0157*	1,0240	1,0443
2	0 ÷ 5,2980	1,0596*	1,0560	1,0440
3	0 ÷ 5,2856	1,0571*	1,0542	1,0438
4	0 ÷ 0,0637	0,0127	0,0110	0,0189
5	0 ÷ 5,1971	1,0394*	1,0381	1,0249
6	0 ÷ 0,1471	0,0294*	0,0296	0,0296
7	0 ÷ 0,1785	0,0357*	0,0335	0,0301
8	0 ÷ 4,9690	0,9938*	0,9917	0,9946
9	0 ÷ 0,0112	0,0022	0,0017	0,0007
10	0 ÷ 5,1162	1,0232	1,0248	1,0242
11	0 ÷ 0,0076	0,0015	-0,0046	0,0003
12	0 ÷ 0,0124	0,0025	0,0114	0,0002

Примечание: знаком «\*» отмечены измеряемые параметры

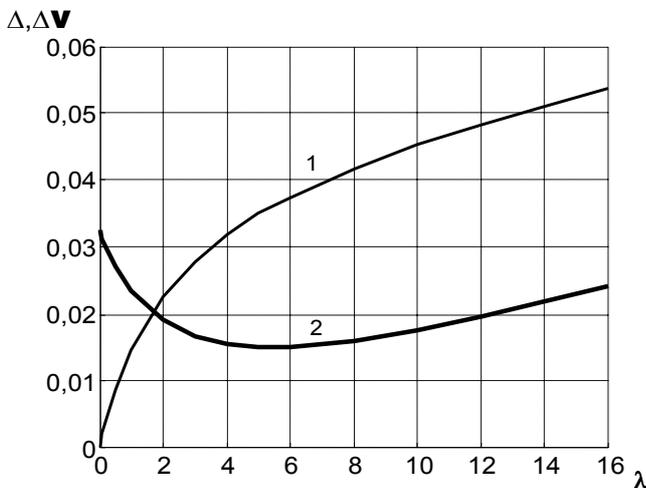


Рис. 3. Зависимость модуля вектора небаланса  $\Delta = |\mathbf{AV}|$  (кривая 1) и модуля вектора отклонения решения от исходного вектора  $\Delta \mathbf{V} = |\mathbf{V} - \mathbf{V}_0|$  (кривая 2) от параметра регуляризации

На рис. 4 представлены зависимости расходов четырех выбранных потоков теплоносителей от параметра регуляризации. Эти зависимости показывают, при каких значениях параметра регуляризации расходы по отдельным веткам схемы достигают априорных значений. Аналитическое решение задачи (5) для оптимального значения параметра регуляризации ( $\lambda = 5$ ) приведено в табл. 2. Анализ результатов свидетель-

ствует, что аналитическое решение не учитывает ограничения на допустимые значения параметров (табл. 2). В частности, расход по одиннадцатой ветке принимает отрицательное значение, что противоречит очевидным технологическим ограничениям.

Для устранения указанного противоречия дополнительно разработан алгоритм численного решения оптимизационной задачи (4) методом статистического программирования [5], который позволяет учесть ограничения на допустимые значения параметров.

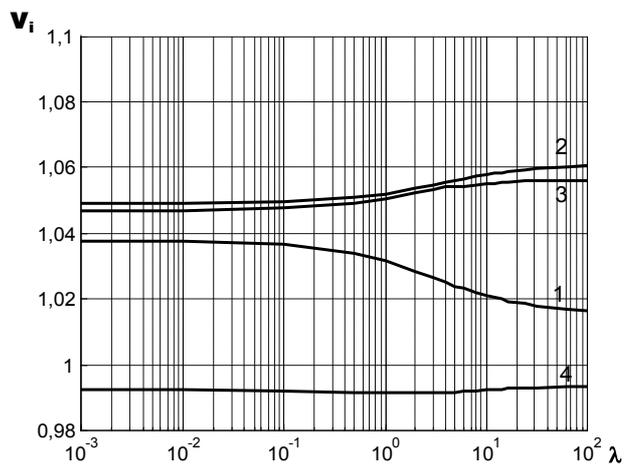


Рис. 4. Зависимость значений расходов ( $V_i, 10^{-6}, \text{т/мес}$ ) для отдельных потоков от параметра регуляризации  $\lambda$ : 1 –  $V_1$ ; 2 –  $V_2$ ; 3 –  $V_3$ ; 4 –  $V_8$

Результаты численного решения задачи для различного числа исследованных вариантов приведены на рис. 5.

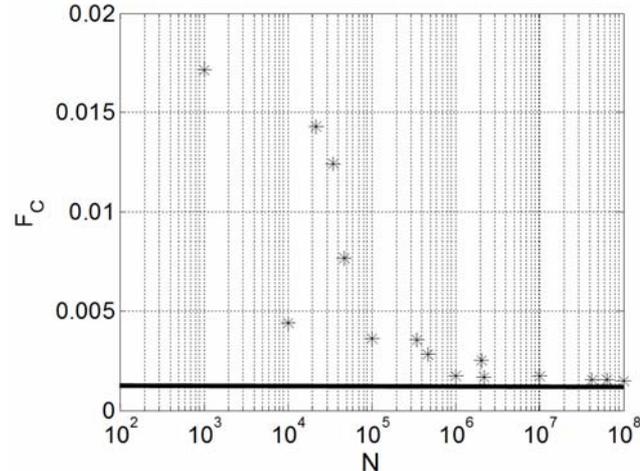


Рис. 5. Сопоставление значений целевой функции, полученных при аналитическом (линия) и численном (точки) решении задачи регуляризации при разном числе итераций  $N$  численного решения

Анализ результатов расчета показывает, что стабилизация значения целевой функции наблюдается при числе сгенерированных вариантов решения в диапазоне от  $10^6$  до  $10^7$ . При этом значение целевой функции отличается от аналитического решения не более чем на 10 относительных процентов. Такое расхождение объясняется уче-

том ограничений на допустимые значения параметров в численном решении, которые не учитывались при получении аналитического решения. Результаты численного решения задачи регуляризации также приведены в табл. 2.

Дополнительным преимуществом численного решения является возможность варьирования параметра регуляризации для каждого потока, что позволяет учитывать степень достоверности определения каждого исходного параметра в отдельности.

Сформулированная задача регуляризации массовых балансов и разработанные алгоритмы ее решения позволяют проводить корректировку исходной априорной информации с учетом степени ее достоверности, что представляет научный и практический интерес для энергетической отрасли.

#### Список литературы

1. **Овчинников Ю.В.** Анализ и оптимизация технико-экономических и экологических параметров ТЭС: автореф. дис. ... д-ра техн. наук: 05.14.01. – Новосибирск, 1999. – 60 с.

*Ледуховский Григорий Васильевич*,  
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,  
кандидат технических наук, доцент кафедры тепловых электрических станций,  
адрес: г. Иваново, ул. Рабфаковская, д. 34, кор. В, ауд. 408,  
телефоны: (4932) 41-60-56, 26-99-31,  
e-mail: lgv83@yandex.ru

*Жуков Владимир Павлович*,  
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,  
доктор технических наук, профессор кафедры прикладной математики,  
адрес: г. Иваново, ул. Рабфаковская, д. 34, кор. А, ауд. 202,  
телефон (4932) 26-97-45,  
e-mail: zhukov-home@yandex.ru

*Барочкин Евгений Витальевич*,  
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,  
доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой тепловых электрических станций,  
адрес: г. Иваново, ул. Рабфаковская, д. 34, кор. В, ауд. 408,  
телефоны: (4932) 41-60-56, 26-99-31,  
e-mail: admin@tes.ispu.ru

*Зимин Артём Павлович*,  
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,  
студент,  
адрес: г. Иваново, ул. Рабфаковская, д. 34, кор. В, ауд. 408,  
телефоны: (4932) 41-60-56, 26-99-31.

2. **Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.** Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1979. – 285 с.

3. **Лопатников Л.И.** Экономико-математический словарь: Словарь современной экономической науки. – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Дело, 2003. – 520 с.

4. **Алексеев В.В.** Элементы теории множеств и теории графов. – Саров: СарФТИ, 2001. – 30 с.

5. **Вентцель Е.С.** Исследование операций: задачи, принципы, методология. – М.: Дрофа, 2004. – 207 с.

#### References

1. Ovchinnikov, Yu.V. *Analiz i optimizatsiya tekhniko-ekonomicheskikh i ekologicheskikh parametrov TES*. Avtoref. diss. dokt. tekhn. nauk [Analysis and Optimization of Technical, Economic and Environmental Parameters of Heat Power Stations. Synop. Dr. of Engineering diss.]. Novosibirsk, 1999. 60 p.

2. Tikhonov, A.N., Arsenin, V.Ya. *Metody resheniya nekorrektnykh zadach* [Methods for Solving Incorrect Problems]. Moscow, Nauka, 1979. 285 p.

3. Lopatnikov, L.I. *Ekonomiko-matematicheskii slovar': Slovar' sovremennoy ekonomicheskoy nauki* [Economics and Mathematics Dictionary: Dictionary of Modern Economics]. Moscow, Delo, 2003. 520 p.

4. Alekseev, V.V. *Elementy teorii mnozhestv i teorii grafov* [Elements of Set Theory and Graph Theory]. Sarov, SarFTI, 2001. 30 p.

5. Venttsel', E.S. *Issledovanie operatsiy: zadachi, printsiipy, metodologiya* [Operations Research: Challenges, Principles, Methodology]. Moscow, Drofa, 2004. 207 p.