

УДК 621.928

Термодинамический подход к описанию измельчения истиранием частиц произвольной формы

В.П. Жуков, А.Н. Беляков
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
г. Иваново, Российская Федерация
E-mail: zhukov-home@yandex.ru

Авторское резюме

Состояние вопроса: В рамках термодинамического подхода ранее получена одномерная (1D) модель кинетики измельчения частиц. Эта модель применима к частицам, имеющим игольчатую, или линейную, форму, у которых длина зерна намного превосходит два ее другие размера. При этом остается невыясненным вопрос о справедливости полученных закономерностей для частиц двухмерной (2D) и трехмерной (3D) структур.

Методы и материалы: Для описания процесса измельчения истиранием частиц произвольной структуры предложен термодинамический подход, который позволяет использовать известные термодинамические характеристики.

Результаты: На основе физической аналогии между процессами измельчения и сублимации предложена модель кинетики измельчения частиц произвольной формы, связывающая подводимую энергию со средним размером или средней массой частицы измельченного продукта. Представлены результаты экспериментальной проверки предложенных кинетических закономерностей.

Выводы: Термодинамическая интерпретация измельчения позволяет сократить необходимый объем экспериментальных исследований за счет использования известных термодинамических свойств измельчаемого материала.

Ключевые слова: термодинамика, измельчение, средний размер, сублимация, энергетический закон, сыпучие материалы, порошки.

Thermodynamic approach to description of grinding particles of arbitrary shape by attrition

V.P. Zhukov, A.N. Belyakov
Ivanovo State Power Engineering University, Ivanovo, Russian Federation
E-mail: zhukov-home@yandex.ru

Abstract

Background: A one-dimensional (1D) model of particle size reduction kinetics has been earlier obtained by the thermodynamic approach. This model can be applied to particles of acicular or linear shape where the particle length is much greater than two other dimensions. However, it remains unknown whether these regularities are valid for two-dimensional (2D) and three-dimensional (3D) particle structures.

Materials and methods: A phenomenological, or thermodynamic, approach has been offered to describe grinding of particles of arbitrary structure by attrition. It allows describing the grinding kinetics based on the known thermodynamic characteristics.

Results: A model of grinding kinetics of particles of arbitrary shape has been suggested based on the physical analogy of grinding and sublimation. It connects the energy supply with the mean size and mean mass of particles in ground material. An experimental verification of the proposed kinetic regularities is given.

Conclusions: Thermodynamic interpretation of grinding allows reducing the required volume of experimental studies by using the known thermodynamic properties of the material to be ground.

Key words: thermodynamics, grinding, mean size, sublimation, energy law, bulk materials, powders.

Ранее нами в рамках термодинамического подхода [1, 2] предложена кинетическая зависимость измельчения частиц, форма которых представлена одномерной (1D) моделью. Эта модель применима к частицам, имеющим игольчатую, или линейную, форму, у которых длина зерна намного превосходит два ее другие размера. В рамках описанного подхода показана однозначная связь энергии разрушения и среднего размера частиц измельчаемого порошка. Установлено, что вид этой зависимости аналогичен виду энергетического закона Риттингера [3-6]. При этом остался невыясненным вопрос о

справедливости полученных закономерностей для частиц двухмерной (2D) и трехмерной (3D) форм и при измельчении их истиранием с низкой интенсивностью подвода энергии. Ниже делается попытка развить термодинамический подход для описания процесса измельчения частиц произвольной формы при произвольной интенсивности подвода энергии.

Целью исследования является разработка математического описания кинетики процесса измельчения в рамках термодинамического подхода для частиц произвольной формы при варь-

ировании в широком диапазоне интенсивности подвода энергии.

Для достижения цели исследования последовательно решаются следующие задачи:

– определение связи между энергией измельчения и средним размером ансамбля плоских (2D) частиц;

– определение связи между энергией измельчения и средним размером ансамбля объемных (3D) частиц;

– определение связи между энергией измельчения и средней массой частицы ансамбля с произвольной формой зерен;

– экспериментальная проверка полученных кинетических зависимостей.

Объектом исследования является процесс измельчения, а предметом исследования – кинетическая модель измельчения в рамках термодинамического подхода.

Преимущества использования среднего размера ансамбля частиц по сравнению с использованием полной кривой гранулометрического состава порошка для линейных частиц показаны нами ранее [1, 2]. Расчетная схема образования новых частиц при измельчении частиц линейной структуры представлена на рис. 1 (место подвода энергии и место возможного разрушения исходной частицы условно показано стрелкой). Единица энергии в данном случае определяется энергией, необходимой для разрушения одной межмолекулярной связи по границе между соседними молекулами. Средний размер зерен для ансамбля частиц при линейной модели формы частицы находится из следующих соображений. Обозначим число молекул в единице массы вещества через N . Одна разорванная межмолекулярная связь при линейной структуре увеличивает число частиц на единицу, а K_1 разорванных связей приводит к образованию K_1 новых частиц.

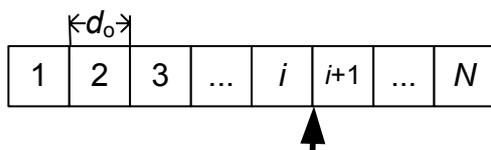


Рис. 1. Расчетная схема модели измельчения частиц линейной (одномерной) формы

Средний размер зерен ансамбля $\langle d \rangle$ определяется как отношение суммарной длины частиц к числу частиц:

$$\langle d \rangle_{1D} = \frac{Nd_o}{K_1 + 1}, \quad (1)$$

где d_o – линейный размер молекулы; K_1 – число разорванных связей.

Выражение (1) показывает, что независимо от места разрушения частицы средний размер осколков однозначно определяется числом единиц подведенной энергии.

Наряду со средним размером зерен в качестве определяющего параметра процесса измельчения предлагается использовать среднюю массу частиц ансамбля, которая для частиц линейной формы вычисляется через отношение общей массы частиц к числу частиц:

$$\langle m \rangle_{1D} = \frac{Nm_o}{K_1 + 1} = \frac{1}{K_1 + 1}, \quad (2)$$

где $\langle m \rangle_{1D}$ – средняя масса частицы; m_o – масса молекулы; индексы 1D, 2D, 3D здесь и далее относятся к модели формы частицы.

В числителе выражения (2) сделана очевидная замена: произведение числа молекул в порции единичной массы и массы молекулы по определению равно единице ($Nm_o = 1$).

Расчетная схема для плоских (2D) частиц квадратной формы $N_1 \times N_1$ представлена на рис. 2. Общее число частиц в порции единичной массы определяется в данном случае произведением: $N = N_1 \times N_1$.

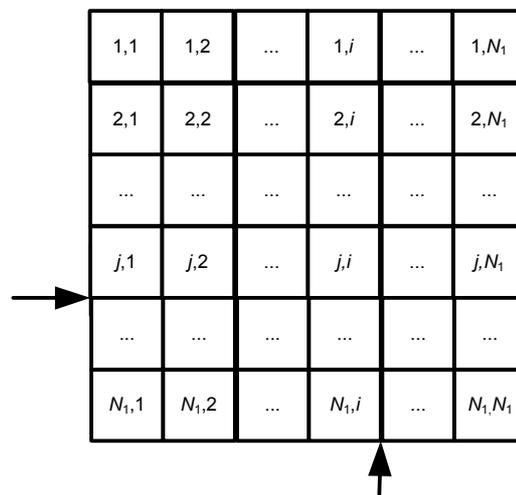


Рис. 2. Расчетная схема модели измельчения частиц плоской (двухмерной) формы

При разрушении (разрезании) пластины по одной вертикальной линии (плоскости) требуется N_1 единиц энергии, где под единицей энергии понимается энергия, необходимая для разрыва одной межмолекулярной связи, которая условно показана на рис. 2 длиной стороны клетки. Число возможных мест разрыва (разрезания) по вертикали составляет $(N_1 - 1)$. Для полного разрыва всех вертикальных связей потребуется энергия, которая определяется произведением энергии на разрушение связей по одной вертикальной плоскости и числа таких плоскостей: $N_1(N_1 - 1)$. Аналогично, для разрыва всех горизонтальных связей потребуется также $N_1(N_1 - 1)$ единиц энергии. Общее число частиц, образовавшихся при разрыве всех связей, составит $N = N_1^2$. Средняя энергия, приходящаяся на одну образовавшуюся частицу, определяется отношением общей энергии к числу образовавшихся частиц:

$$\langle e \rangle = \frac{2N_1(N_1 - 1)}{N_1^2}. \quad (3)$$

Для большого числа молекул в порции вещества ($N \rightarrow \infty$) значение средней энергии определяется через вычисление предела дроби (3):

$$\langle e \rangle_{2D\infty} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{2N_1(N_1 - 1)}{N_1^2} = 2. \quad (4)$$

Полученный результат показывает, что средняя величина энергии для образования одной плоской частицы составляет 2 единицы. Применительно к случаю, представленному на рис. 2, это можно интерпретировать следующим образом. При минимальной плотности потока энергии, что характерно при истирании, разрушение возможно при подводе энергии к «угловым» частицам, имеющим минимальное количество связей. Данный механизм, в частности, объясняет истирание каплями воды каменных плит и образование в них углублений.

Плоские частицы могут характеризоваться двумя линейными размерами – длиной и шириной. Кинетические зависимости измельчения для двух этих размеров могут существенно различаться [3]. Использование в качестве характеристики крупности частиц их средней массы устраняет указанный недостаток.

Для плоских частиц предлагается методика определения среднего размера, включающая два этапа: на первом этапе усреднение производится по массе частиц ансамбля, а на втором этапе определяется средний размер частицы по найденной величине ее средней массы, считая при этом форму частицы квадратной:

$$\langle m \rangle_{2D} = \frac{Nm_o}{K/2 + 1} = \frac{1}{K_2 + 1}, \quad (5)$$

где K – число разорванных межмолекулярных связей; $K_2 = K/2$ – число образовавшихся частиц с учетом согласно (4) разрыва двух межмолекулярных связей для образования одной частицы.

Средний размер для квадратной частицы средней массы определяется с учетом (5) из выражения

$$\langle d \rangle_{2D} = \sqrt{\frac{\langle m \rangle_{2D}}{\rho_{2D}}} = \sqrt{\frac{Nm_o}{\rho_{2D}(K_2 + 1)}} = \sqrt{\frac{1}{\rho_{2D}(K_2 + 1)}}, \quad (6)$$

где ρ_{2D} – поверхностная плотность частиц, которая показывает массу единицы площади.

Аналогичные рассуждения для трехмерной частицы, расчетная схема которой представлена на рис. 3, позволили получить для нее соответствующие зависимости. Среднее число разрывов межмолекулярных связей, необходимых для образования одной частицы, находится, по аналогии с плоской частицей, через предел отношения энергии полного разрушения к числу образовавшихся при этом частиц:

$$\langle e \rangle_{3D\infty} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{3N_1^2(N_1 - 1)}{N_1^3} = 3. \quad (7)$$

Средняя масса и средний линейный размер для частиц кубической формы при подводе

К единиц энергии находятся соответственно из выражений:

$$\langle m \rangle_{3D} = \frac{Nm_o}{K/3 + 1} = \frac{1}{K_3 + 1}; \quad (8)$$

$$\langle d \rangle_{3D} = \sqrt[3]{\frac{\langle m \rangle_{3D}}{\rho_{3D}}} = \sqrt[3]{\frac{Nm_o}{\rho_{3D}(K/3 + 1)}} = \sqrt[3]{\frac{1}{\rho_{3D}(K_3 + 1)}}, \quad (9)$$

где ρ_{3D} – объемная плотность частиц, которая показывает массу единичного объема; $K_3 = K/3$ – число образовавшихся 3D частиц, для отделения каждой из которых требуется, согласно (7), разрыв трех межмолекулярных связей.

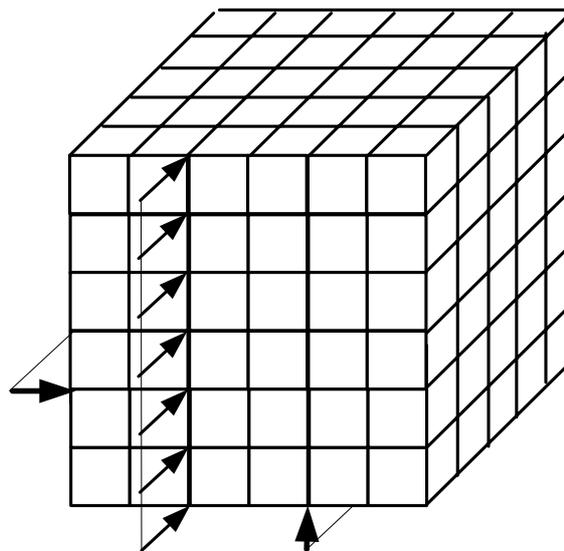


Рис. 3. Расчетная схема модели измельчения трехмерных частиц

В качестве термодинамического аналога процесса разрушения рассматривается процесс сублимации, или процесс фазового перехода вещества из твердого состояния в газообразное [7, 8]. При сублимации, аналогично измельчению, происходит разрыв межмолекулярных связей, обусловленный подводом энергии. Процесс сублимации аналогичен измельчению зерен очень большого размера до зерен с размером молекул. При измельчении размер зерен изменяется в более узком диапазоне, но физика процессов, которая заключается в подводе энергии для разрыва межмолекулярных связей, во многом похожа. Термодинамической характеристикой процесса сублимации [8] является удельная теплота испарения при сублимации, которую предлагается использовать как энергетическую характеристику материала для описания процесса измельчения в рамках предложенной аналогии. Удельная теплота испарения при сублимации показывает, сколько требуется энергии для разрыва всех межмолекулярных связей в единице массы вещества. Таким образом, если разделить удельную теплоту испарения при сублимации (r_i) на число молекул, то получится средняя энергия, необходимая для отделения одной молекулы:

$$e = \frac{r_t}{N} = r_t m_0. \quad (10)$$

В общем случае число связей молекулы с другими молекулами вещества зависит от числа химических связей и формы кристаллической решетки и может составлять одну, две, три и более. Удельная теплота испарения при сублимации автоматически учитывает величину энергии, необходимой для разрыва этих связей.

Общий подвод энергии при измельчении определяется через произведение энергии, необходимой на разрыв одной связи, и числа этих разрывов: $E = eK_i$ ($i = 1, 2, 3$). Зависимости энергии измельчения от размера частиц с учетом формул (1), (6), (9), (10) для различных моделей формы частиц получаются в следующем виде:

$$E = \begin{cases} \frac{r_t}{N\rho_{1D}} \left(\frac{1}{\langle d \rangle_{1D}} - \frac{1}{\langle d_0 \rangle_{1D}} \right) & \text{— модель 1D,} \\ \frac{r_t}{N\rho_{2D}} \left(\frac{1}{\langle d \rangle_{2D}^2} - \frac{1}{\langle d_0 \rangle_{2D}^2} \right) & \text{— модель 2D,} \\ \frac{r_t}{N\rho_{3D}} \left(\frac{1}{\langle d \rangle_{3D}^3} - \frac{1}{\langle d_0 \rangle_{3D}^3} \right) & \text{— модель 3D,} \end{cases} \quad (11)$$

где индекс 0 показывает размер частицы до измельчения.

Выражение энергетического закона измельчения (11) получено в рамках термодинамического подхода. Следует отметить, что для частиц линейной (1D) формы зависимость (11) совпадает с энергетическим законом Риттингера, а для плоских и объемных частиц зависимости не имеют аналогов среди известных энергетических законов [4–6].

Предложенный термодинамический подход для частиц произвольной формы может быть представлен в обобщенном виде при введении новой координатной функции. Предлагается для построения кинетической модели заменить средний размер ансамбля частиц на среднюю массу частицы ансамбля. В выражении (11) произведение плотности частиц и характерного размера заменяется массой частицы согласно формуле $\rho_{1D} \langle d \rangle_{1D} = \rho_{2D} \langle d \rangle_{2D}^2 = \rho_{3D} \langle d \rangle_{3D}^3 = \langle m \rangle$. После указанной подстановки выражение (11) для различных (1D, 2D, 3D) моделей частиц принимает одинаковый вид:

$$E = \frac{r_t}{N} \left(\frac{1}{\langle m \rangle} - \frac{1}{\langle m_0 \rangle} \right). \quad (12)$$

Уравнение (12), записанное через среднюю массу зерен, по структуре совпадает с законом измельчения Риттингера, но имеет отличный от этого закона смысл. Масса, в отличие от размера частиц, является аддитивным параметром, а само выражение (12) устанавливает связь между двумя аддитивными параметрами – энергией измельчения и средней массой измельчаемых частиц. Введение потенциала измельчения, величина которого показывает энергию, необходимую для измельчения частиц бесконечной

массы до частиц с наблюдаемой средней массой, приводит зависимость (12) к виду

$$E = \frac{r_t}{N \langle m \rangle} - \frac{r_t}{N \langle m_0 \rangle} = \varphi - \varphi_0 = \Delta\varphi, \quad (13)$$

где $\varphi = \frac{r_t}{N \langle m \rangle}$ – потенциал измельчения.

Интересно отметить, что полученное соотношение (13) обладает определенной аналогией с выражением для определения индекса работы дробления по Бонду [9]. Это позволит в будущем использовать справочные значения этого индекса для расчета процесса измельчения различных материалов в рамках предложенного термодинамического подхода без проведения предварительных экспериментальных исследований.

Проверка полученных кинетических зависимостей (11) и (12) проведена на примере измельчения фракции антрацита [1,6; 2,0] мм на приборе ОР ВТИ [1] при варьировании в широком диапазоне подвода энергии к измельчаемому материалу. Результаты экспериментальных и расчетных исследований представлены на рис. 4.

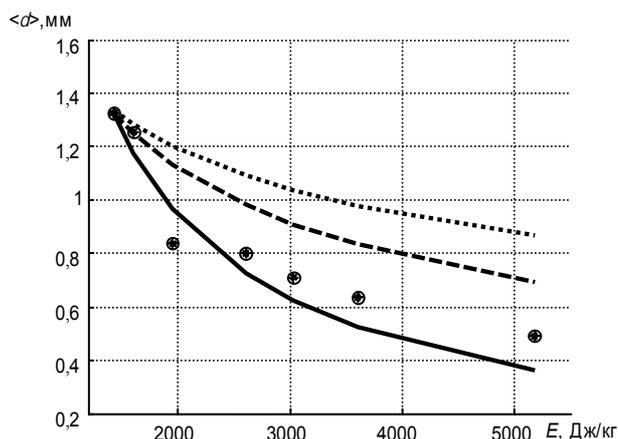


Рис. 4. Сопоставление расчетных (сплошная линия – 1D модель; штриховая – 2D модель; пунктирная – 3D модель) и экспериментальных (точки) зависимостей среднего размера ансамбля измельченных частиц от энергоподвода

Анализ полученных зависимостей (рис. 4) показывает, что экспериментальные значения наиболее качественно описываются расчетными результатами, полученными согласно (11) в рамках 1D модели частиц.

Основные результаты проведенных исследований формулируются следующим образом:

- получены выражения для определения связи между энергией измельчения и средним размером ансамбля плоских (2D) и объемных (3D) частиц;
- обоснован потенциальный характер зависимости энергии от средней массы частиц;
- экспериментальная проверка кинетических зависимостей измельчения показала их применимость для качественного анализа процесса измельчения. Наиболее точное количественное совпадение результатов

расчетного и экспериментального исследований обеспечивает энергетический закон для частиц линейной структуры.

Список литературы

1. Жуков В.П., Беляков А.Н. Термодинамический подход к описанию механических процессов в сыпучих средах // Вестник ИГЭУ. – 2013. – Вып. 1. – С. 74–76.
2. Анализ энергетической эффективности процесса измельчения на основе термодинамического подхода / А.Н. Беляков, В.П. Жуков, Н. Otwinowski и др. // Вестник ИГЭУ. – 2014. – Вып. 2. – С. 12–16.
3. Mizonov V., Zhukov V., Bernotat S. Simulation of Grinding: New approaches. – Ivanovo, 1997. – 108 p.
4. Справочник по обогащению руд. Подготовительные процессы / под ред. О.С. Богданова. – М.: Недра, 1982. – 368 с.
5. Лебедев А.Н. Пылеприготовление на электростанциях. – М.: Госэнергоиздат, 1949. – 352 с.
6. Летин Л.А., Роддатис К.Ф. Среднеходные и тихоходные мельницы. – М.: Энергоиздат, 1981. – 359 с.
7. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. – М.: Наука, 1980. – 508 с.
8. Коновалов В.И. Техническая термодинамика. – Иваново, 2005. – 619 с.
9. Серго Е.Е. Дробление, измельчение и грохочение полезных ископаемых. – М.: Недра, 1985. – 285 с.

Жуков Владимир Павлович,

ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
доктор технических наук, профессор кафедры прикладной математики,
адрес: г. Иваново, ул. Рабфаковская, д. 34, кор. А, ауд. 202,
e-mail: zhukov-home@yandex.ru

Беляков Антон Николаевич,

ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
кандидат технических наук, докторант кафедры прикладной математики,
адрес: г. Иваново, ул. Рабфаковская, д. 34, кор. А, ауд. 202,
телефон (4932) 26-97-45

References

1. Zhukov, V.P., Belyakov, A.N. Termodinamicheskiy podkhod k opisaniyu mekhanicheskikh protsessov v sypuchikh sredakh [Thermodynamic approach to describing mechanical processes in bulk media]. *Vestnik IGEU*, 2013, issue 1, pp. 74–76.
2. Belyakov, A.N., Zhukov, V.P., Otwinowski, H. Analiz energeticheskoy effektivnosti protsessa izmel'cheniya na osnove termodinamicheskogo podkhoda [Analysis of grinding energy efficiency based on thermodynamic approach]. *Vestnik IGEU*, 2014, issue 2, pp. 12–16.
3. Mizonov, V., Zhukov, V., Bernotat, S. Simulation of Grinding: New approaches. Ivanovo, 1997. 108 p.
4. Bogdanova, O.S. *Spravochnik po obogashcheniyu rud. Podgotovitel'nye protsessy* [Ore milling reference book. Preparatory processes]. Moscow, Nedra, 1982. 368 p.
5. Lebedev, A.N. *Pyleprigotovlenie na elektrostantsiyakh* [Pulverization at electric power plants]. Moscow, Gosenergoizdat, 1949. 352 p.
6. Letin, L.A., Roddatis, K.F. *Srednekhodnye i tikhokhodnye mel'nitsy* [Medium-speed and slow-speed mills]. Moscow, Energoizdat, 1981. 359 p.
7. Yavorskiy, B.M., Detlaf, A.A. *Spravochnik po fizike* [Physics reference book]. Moscow, Nauka, 1980. 508 p.
8. Konovalov, V.I. *Tekhnicheskaya termodinamika* [Engineering thermodynamics]. Ivanovo, 2005. 619 p.
9. Sergo, E.E. *Droblenie, izmel'chenie i grokhochenie poleznykh iskopaemykh* [Comminution, grinding and screening of mineral products]. Moscow, Nedra, 1985. 285 p.