

УДК 621.928

Термодинамический подход к описанию механических процессов в сыпучих средах

В.П. Жуков, А.Н. Беляков
ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
г. Иваново, Российская Федерация
E-mail: zhukov-home@yandex.ru

Авторское резюме

Состояние вопроса: Традиционно процесс измельчения сыпучих материалов описывается в рамках статистических подходов с использованием функций вероятности разрушений и вероятности распределения осколков разрушения. Определение самих функций разрушения связано с необходимостью дополнительных экспериментальных исследований.

Материалы и методы: Для описания процесса измельчения предложены феноменологический, или термодинамический, подход, который позволяет использовать известные термодинамические характеристики для описания кинетики измельчения.

Результаты: На основе физической аналогии между процессами измельчения и сублимации предложена модель кинетики измельчения, связывающая подведенную энергию со средним размером частиц измельченного продукта.

Выводы: Термодинамическая интерпретация измельчения позволила сократить необходимый объем экспериментальных исследований за счет использования известных термодинамических свойств измельчаемого вещества.

Ключевые слова: термодинамика, измельчение, средний размер, сублимация, энергетический закон, энтальпия.

Thermodynamic Approach to Describing Mechanical Processes in Granular Media

V.P. Zhukov, A.N. Belyakov
Ivanovo State Power Engineering University, Ivanovo, Russian Federation
E-mail: zhukov-home@yandex.ru

Abstract

Background: Traditionally grinding process of loose materials is described on the basis of the statistical approaches with probability functions of fractions and distribution of their fragments. To define the destruction functions is necessary for additional experimental investigations.

Materials and methods: A phenomenological, or thermodynamic, approach to describe the process of grinding, allows to use the known thermodynamic characteristics for description of grinding kinetics.

Results: The author suggests the model of grinding kinetics connecting the energy and average particles size of powder on the basis of the physical analogy between the process of grinding and sublimation.

Conclusions: Thermodynamic interpretation of grinding allows to reduce the required amount of experimental studies by using the known thermodynamic properties of the material to be ground.

Key words: thermodynamics, grinding, medium size, sublimation, energy law, enthalpy.

Наиболее известным статистическим подходом к описанию измельчения является селективная модель [1], основанная на применении вероятностных или статистических функций процесса: вероятности разрушения и вероятности распределения разрушенных частиц. В физике наряду со статистическим описанием явлений существует феноменологический, или термодинамический, подход [2, 3], в рамках которого оперируют усредненными параметрами системы, не учитывающими ее дискретную структуру. Ниже делается попытка описать процесс измельчения с точки зрения феноменологического, или термодинамического, подхода, с использованием термодинамических параметров измельчаемого вещества.

Целью исследования является разработка математического описания кинетики про-

цесса измельчения в рамках феноменологического подхода.

Для достижения цели последовательно решаются следующие задачи:

- выбор термодинамического параметра для характеристики крупности частиц;
- описание процесса разрушения частиц в рамках термодинамического подхода;
- определение связи предложенного термодинамического описания процесса измельчения с известными энергетическими законами измельчения;
- оценка в рамках предложенного подхода энергетической эффективности процесса измельчения в промышленных мельницах.

Объектом исследования является процесс измельчения, а предметом исследования – мо-

дель измельчения в рамках термодинамического подхода.

При описании измельчения сыпучих материалов в рамках статистического, или вероятностного, подхода в качестве характеристики крупности частиц используются интегральные или дифференциальные кривые распределения частиц по размерам [1, 4]. Практическое использование указанных зависимостей связано с рядом трудностей:

– вид этих зависимостей достаточно сложно определяется экспериментально, особенно в диапазоне мелких размеров зерен: разные методы определения приводят к существенно разным результатам;

– частицы с размером порядка одного микрона склонны к агломерации, что зачастую приводит к определению вместо размера зерен размера агломерата.

При термодинамическом подходе к описанию измельчения в качестве параметра, характеризующего крупность частиц, предлагается использовать математическое ожидание или средний размер зерен. Средний размер частиц может определяться с использованием различных методов усреднения [4]. Без существенного снижения общности ограничимся определением среднего размера для частиц линейной структуры. Обозначим число молекул в единице массы вещества через N . Одна разорванная межмолекулярная связь при линейной структуре увеличивает число частиц на единицу, а K разорванных связей приводит к образованию $K+1$ частиц. Средний размер зерен $\langle d \rangle$ определяется как отношение суммарной длины частиц к числу частиц:

$$\langle d \rangle = \frac{Nd_0}{K+1}, \quad (1)$$

где N – число молекул в единице массы вещества; d_0 – линейный размер молекулы; K – число разорванных связей.

В качестве термодинамического аналога процесса разрушения рассматривается процесс сублимации, или процесс фазового перехода вещества из твердого состояния в газообразное [2, 3]. При сублимации, аналогично измельчению, происходит разрыв межмолекулярных связей, обусловленный подводом энергии. Процесс сублимации аналогичен измельчению зерен очень большого размера до зерен размера молекул. При измельчении размер зерен изменяется в более узком диапазоне, но физика процессов, которая заключается в подводе энергии для разрыва межмолекулярных связей, во многом сходна. Термодинамической характеристикой процесса сублимации [3] является удельная теплота испарения при сублимации, которую предлагается использовать для описания процесса измельчения в рамках предложенной аналогии. Известно [2], что удельная теплота испарения при сублимации показывает количество энер-

гии, необходимое для разрыва всех межмолекулярных связей в единице массы твердого вещества для его перевода в газообразное состояние.

В термодинамике количество энергии, затрачиваемое на фазовый переход, определяется разностью энтальпий системы в начале и конце процесса [3]. Для описания перехода вещества из жидкой фазы в пар используется параметр состояния, получивший название степени сухости, значение которого показывает массовую долю пара в смеси. Для характеристики состояния системы при измельчении вводится аналогичное понятие – степень измельчения (x), которая находится через отношение числа частиц к числу молекул в выделенной системе. Если число частиц равно числу молекул, то степень измельчения, соответственно, равна единице ($x = 1$). Если частиц в порции много меньше числа молекул, то степень измельчения практически равна нулю ($x = 0$). Степень измельчения 0,5 означает, что число частиц составляет половину от числа молекул и средняя частица состоит из двух молекул. Таким образом, степень измельчения, изменяясь от нуля до единицы, охватывает все возможные состояния системы при измельчении. Эту характеристику предлагается в дальнейшем, наряду со средним размером зерен, использовать как термодинамический параметр состояния системы.

Степень измельчения, согласно приведенному выше определению, может быть рассчитана по формуле

$$x = \frac{K+1}{N}. \quad (2)$$

Преобразуя выражения (1) и (2), определим связь между средним размером частиц и степенью измельчения в виде

$$x = \frac{d_0}{\langle d \rangle}. \quad (3)$$

С учетом аналогии между процессами измельчения и сублимации зависимость энергии измельчения от степени измельчения может быть представлена согласно известным термодинамическим зависимостям для энергии фазового перехода [3]:

$$\Delta h = r_t \Delta x = r_t (x'' - x'), \quad (4)$$

где Δh – энтальпия, или энергия измельчения; r_t – удельная теплота испарения при сублимации, x', x'' – степень измельчения порошка до и после разрушения соответственно.

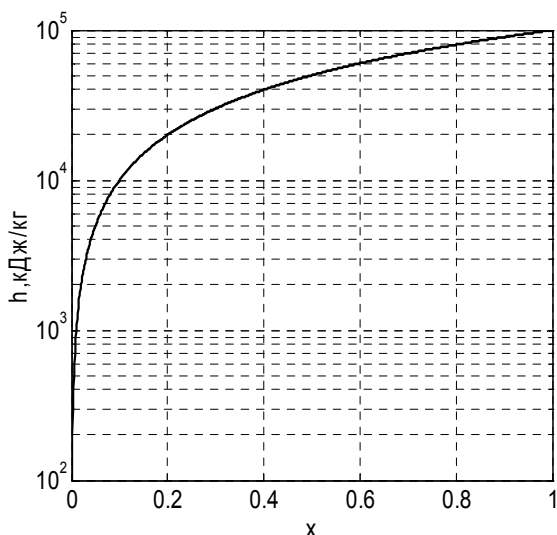
Вид предложенной зависимости энергии измельчения от степени измельчения иллюстрирует рисунок. При известной зависимости подвода энергии от времени процесса выражение (4) позволяет описать кинетику измельчения.

Подставляя выражение для степени измельчения (3) в (4), получим зависимость

энергии измельчения от среднего размера частиц:

$$\Delta h = r_t d_0 \left(\frac{1}{\langle d'' \rangle} - \frac{1}{\langle d' \rangle} \right). \quad (5)$$

Уравнения связи крупности частиц с энергией измельчения хорошо известны в теории измельчения и носят названия энергетических законов Риттингера или Кирпичева-Кика [1, 4, 5].



Зависимость энергии измельчения от степени измельчения частиц

Данные законы были получены из предположения о пропорциональности энергии измельчения вновь образованной поверхности или объему измельчаемого материала соответственно. Предложенное термодинамическое описание процесса измельчения (5) совпадает с энергетическим законом Риттингера. Коэффициент пропорциональности в законе Риттингера, определяемый обычно по экспериментальным данным, можно на основании (5) выразить через величину теплоты испарения сублимации и характерный размер молекулы:

$$C_R = r_t d_0, \quad (6)$$

где C_R – коэффициент в законе Риттингера.

Результаты теоретической оценки значения коэффициента в законе Риттингера, проведенной в соответствии с (6) для графита и льда, представлены в табл. 1.

Таблица 1. Теоретическая оценка значений коэффициента Риттингера

Показатель	Обозначение, размерность	Значение
Теплота испарения сублимации льда	r_t , кДж/кг	2834
Теплота испарения сублимации графита	r_t , кДж/кг	41666–100000
Коэффициент Риттингера для льда	C_R , Дж м/кг	$0,8502 \cdot 10^{-3}$
Коэффициент Риттингера для графита	C_R , Дж м/кг	$12,51–30,03 \cdot 10^{-3}$

Из литературных источников [4–6] хорошо известно, что при тонком измельчении расход энергии существенно возрастает. Результаты теоретического анализа энергопотребления при измельчении частиц разной крупности, проведенного в рамках термодинамического подхода согласно (5), представлены в табл. 2.

Таблица 2. Энергопотребление при измельчении частиц разной крупности

Изменение среднего размера зерен при измельчении	Удельная энергия разрушения льда Δh , Дж/кг	Удельная энергия разрушения графита Δh , Дж/кг
от 1 м до 1 мм,	0,8502	29,68
от 1 мм до 1 мкм	$0,8502 \cdot 10^3$	$29,68 \cdot 10^3$
от 1 мкм до 1 нм	$0,8502 \cdot 10^6$	$29,68 \cdot 10^6$

Значения удельных энергий разрушения частиц льда и графита (табл. 2) хорошо согласуются с данными, полученными в ходе экспериментальных исследований.

Расчетный анализ на основе термодинамического подхода проведен также для оценки энергетической эффективности измельчения в шаровой мельнице Ш-50. Необходимая мощность для измельчения 50 т/ч графита с начальным размером зерен 10 мм до конечной средней крупности зерен 10 мкм с учетом (5) составила

$$N = \Delta h \cdot B = 41,67 \text{ кВт},$$

где B – производительность мельницы.

Паспортная мощность двигателя мельницы Ш-50 составляет $N_{50} = 2460$ кВт [6]. Коэффициент полезного действия мельницы оценивается через отношение мощности, необходимой на измельчение, к паспортной мощности электрического двигателя:

$$\eta = \frac{N}{N_{50}} = 1,7 \%$$

Такое низкое значение коэффициента полезного действия показывает низкую эффективность процесса, при котором собственно на измельчение расходуется около 1 % подводимой энергии. Аналогичные значения для коэффициента полезного действия приводятся в литературных источниках [5, 6], что подтверждает обоснованность и достоверность предложенного термодинамического подхода к моделированию измельчения.

Список литературы

1. Mizonov V., Zhukov V., Bernotat S. Simulation of Grinding: New approaches. – Ivanovo, 1997. – 108 p.
2. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. – М.: Наука, 1980. – 508 с.
3. Коновалов В.И. Техническая термодинамика. – Иваново, 2005. – 619 с.
4. Справочник по обогащению руд. Подготовительные процессы / под ред. О.С. Богданова. – М.: Недра, 1982. – 368 с.

5. **Лебедев А.Н.** Пылеприготовление на электростанциях. – М.: Госэнергоиздат, 1949. – 352 с.

6. **Летин Л.А., Роддатис К.Ф.** Среднеходные и тихоходные мельницы. – М.: Энергоиздат, 1981. – 359 с.

References

1. Mizonov, V., Zhukov, V., Bernotat, S. Simulation of Grinding: New approaches. Ivanovo, 1997. 108 p.

2. Yavorskiy, B.M., Detlaf, A.A. *Spravochnik po fizike* [Reference Book on Physics]. Moscow, Nauka, 1980. 508 p.

3. Konovalov, V.I. *Tekhnicheskaya termodinamika* [Technical Thermodynamics]. Ivanovo, 2005. 619 p.

4. Bogdanova, O.S. *Spravochnik po obogashcheniyu rud. Podgotovitel'nye protsessy* [Reference Book on Ore Concentration. Preparation Processes]. Moscow, Nedra, 1982. 368 p.

5. Lebedev, A.N. *Pyleprigotovlenie na elektrostantsiyakh* [Pulverization at Electrical Power Plants]. Moscow, Gosenergoizdat, 1949. 352 p.

6. Letin, L.A., Roddatis, K.F. *Srednekhodnye i tikhokhodnye mel'nitsy* [Mean and Low-speed Mills]. Moscow, Energoizdat, 1981. 359 p.

Жуков Владимир Павлович,

ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,

доктор технических наук, профессор кафедры прикладной математики,

адрес: г. Иваново, ул. Рабфаковская, д. 34, кор. А, ауд. 202,

телефон (4932) 26-97-45,

e-mail: zhukov-home@yandex.ru

Беляков Антон Николаевич,

ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,

кандидат технических наук, докторант кафедры прикладной математики,

адрес: г. Иваново, ул. Рабфаковская, д. 34, кор. А, ауд. 202,

телефон (4932) 26-97-45.